Correction livret 2^{nde} - 1S (2018-2019)

Ex 1 :

1- 1361 personnes
2- Chômeurs ; C ; 2812 ; F$\subset$C
3- Hommes au chômage ayant entre 25 et 49 ans ; 816 personnes
4- Femmes de plus de 15 ans au chômage ou personnes au chômage entre 50 et 64 ans. 1633 personnes.
5- Hommes de plus de 15 ans au chômage. 1451.
6- Personnes au chômage de plus de 25 ans. 2154 personnes.

Ex 2 :

1- $\in$;$\notin$;$\subset$;$\notin$
2- x$\in$[1 ; 2[et [1 ; 2 [$\subset$ R
3- $\subset$
4- [1 ; 2 [
5- [0 ; 3 [
6- Disjoints
7-] -∞ ; 4]
8-] -∞ ; 1[$\cup$[3 ; + ∞ [; idem
9-] -∞ ; -1]

Ex 3 :

1 a- 2x(-1) + 1 = - 1 donc A $\in$D1
b- -(-1)+ 3 = 4 $\neq$ -1 donc A $\notin$D2
c- D1$\cap$D2 = {B} avec B (2/3 ; 7/3), résoudre 2x+1=-x+3
2- F…$\notin$ (EGB)
a- (FG) $\subset$ (FBC)
b- (EHB) $\cap$ (ABD) = (BC)
c- (EHB) $\cap$ (FG) = $\varnothing$
d- (HD) $\cap$ (ABC) = { D }

Ex 4 :

A = $2(3x-1)^2 - (5x+3)(2-3x)$

A = $2(9x^2 - 6x + 1) - (10x - 15x^2 + 6 - 9x)$

A = $18x^2 - 12x + 2 - 10x + 15x^2 - 6 + 9x$.

A = $33x^2 - 13x - 6$.

A toi de jouer:

B = $(2x-9)(3-2x) + 5(2x+1)^2 = 6x - 6x^2 - 27 + 18x + 5(4x^2 + 4x + 1) =$ **$14x^2 + 44x - 22$.**

C = $4(x-6)^2 - 3(5x+3)(5x-3) = 4(x^2 - 12x + 36) - 3(25x^2 - 9) = 4x^2 - 48x + 144 - 75x^2 + 27$
= **$-71x^2 - 48x + 171$.**

Ex 5:

Exemple guidé :

$A = 6x + 3 + 4(2x + 1)^2$

$A = 3\underline{(2x + 1)} + 4\underline{(2x + 1)}^2$

$A = (2x + 1)[\,3 + 4(2x + 1)]$

$A=(2x + 1)[\,3 + 8x + 4]$

$\boxed{A= (2x + 1)(8x + 7)}$

Exemple guidé :

$A = 36x^2 - (5x + 1)^2$

$A = (6x)^2 - (5x + 1)^2$

$A= [\,(\,6x) + (5x + 1)][(\,6x) + (5x + 1)]$

$A = [\,6x + 5x + 1][\,6x - 5x - 1]$

$\boxed{A= (11x + 1)(x - 1\,)}$

A toi de jouer:

$B = 2(5x - 1)^2 + 10x - 2$
$B = 2(5x - 1)^2 + 2(5x - 1)$
$B = (5x - 1)[2(5x - 1) + 2]$
$B = (5x - 1)(10x)$
$\boxed{B = 10x(5x - 1)}$

$C = (x^2 - 4) + (x + 2)^2$
$C = (x - 2)(x + 2) + (x + 2)^2$
$C = (x + 2)[(x - 2) + (x + 2)\,]$
$C = (x + 2)(2x)$
$\boxed{C = 2x(x + 2)}$

A toi de jouer:

$B = (4x - 3)^2 - 25x^2$
$B = (4x - 3)^2 - (5x)^2$
$B = [(4x - 3) - (5x)][(4x - 3) + (5x)]$
$\boxed{B = (-x - 3)(9x - 3)}$

$C = 49 - (\,5x + 2)^2$
$C = [\,7- (\,5x + 2)][7 + (\,5x + 2)]$
$\boxed{C = (-5x + 5)(5x + 9)}$

Ex 6:

Exemple guidé :

$A = 4 + \frac{3}{x+2}$ (Cette expression existe si et seulement si $x + 2 \neq 0$ soit $x \neq 2$ (<u>valeur interdite pour A</u>))

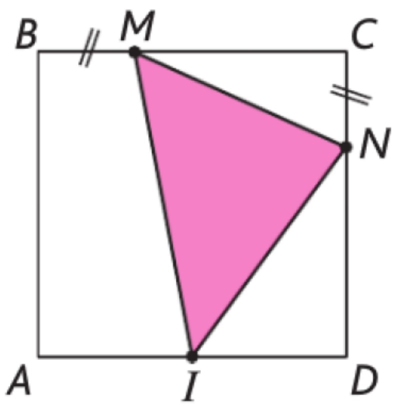
$A = \frac{4\times(x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2}\ \frac{4x+8}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \boxed{\frac{4x+11}{x+2}}$

A toi de jouer:

$B = \frac{2x}{3x-1} - 5 = \frac{2x}{3x-1} - \frac{5(3x-1)}{3x-1} = \frac{2x-15x+5}{3x-1} = \boxed{\frac{-13x+5}{3x-1}}$ (VI : $x = \frac{1}{3}$)

$C = \frac{4}{2x+6} - \frac{3}{x-5} = \frac{4(x-5)}{2x+6} - \frac{3(2x+6)}{x-5} = \frac{4x-20-6x-18}{x-5} = \boxed{\frac{-2x-38}{x-5}}$ (VI : $x = 5$)

Exercice 7 :
ABCD est un carré de côté 6 cm. I est le milieu de [AD] .
M est un point de BC] et N un point de [CD] tels que BM = CN $= x$.
Exprimer en fonction de x l'aire du triangle IMN.



$$A_{IMN} = A_{ABCD} - (\,A_{MCN} + A_{DIN} + A_{ABMI})$$
$$= c^2 - \left(\frac{CM \times CN}{2} + \frac{DI \times DN}{2} + \frac{(BM+AI)\times AB}{2}\right)$$
$$= 36 - \left(\frac{x(6-x)}{2} + \frac{3(6-x)}{2} + \frac{(x+3)6}{2}\right)$$
$$= 36 - \left(\frac{6x-x^2+18-3x+6x+18}{2}\right)$$
$$= 36 - \left(\frac{-x^2+9x+36}{2}\right)$$
$$= \frac{72+x^2-9x-36}{2}$$
$$= \frac{x^2-9x+36}{2}$$

Autour des fonctions

Pré-requis :
Notions de fonctions, images, antécédents, fonctions affines, résolutions d'équations
Fonctions de degré 2, tableaux de signes et de variations.

Exercice 8 : Fonctions affines

On considère la fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 3$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.

1) a) Déterminer graphiquement l'image de 2 par f.

L'image de 2 est 1 ou **f(2) = 1**

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$f(2) = 2 \times 2 - 3 =$ **1.**

2) a) Déterminer graphiquement l'antécédent par f de −0,5.

L'antécédent de -0,5 est environ **1,2.**

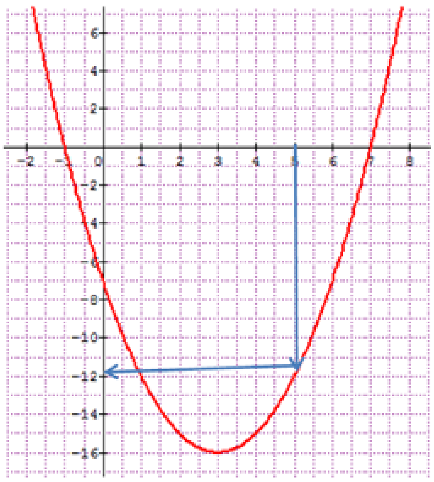
b) Retrouver ce résultat par le calcul.

On cherche x tel que $f(x) = -0{,}5$

$\Leftrightarrow 2x - 3 = -0{,}5 \Leftrightarrow 2x = 2{,}5 \Leftrightarrow$ **$x = 1{,}25$.**

Exercice 9 : Second degré

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 7$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1) a) Déterminer graphiquement l'image par f de 5.

$f(5) =$ **-12.**

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$f(5) = 5^2 - 6 \times 5 - 7 =$ **-12.**

2) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f .

Les antécédents de 0 sont **-1 et 7**.

b) Montrer que $f(x) = (x - 3)^2 - 16$.

On a : $(x - 3)^2 - 16 = x^2 - 6x + 9 - 16 = x^2 - 6x - 7$.

Donc **$f(x) = (x - 3)^2 - 16$.**

c) Déterminer algébriquement les antécédents de 0.

On cherche x tel que $f(x)$ 0

$\Leftrightarrow (x - 3)^2 - 16 = 0$

$\Leftrightarrow (x - 3 - 4)(x - 3 + 4) = 0$

$\Leftrightarrow (x - 7)(x + 1) = 0$

$\Leftrightarrow$ **$x = 7$ ou $x = -1$.**

3) Donner le tableau de variation de la fonction f.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	↘	-16	↗

4) Donner le tableau de signes de la fonction f.

x	$-\infty$		-1		7		$+\infty$
$x^2 + x - 6$		+	0	-	0	+	

5) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 2 par f.

Les antécédents de 0 sont **-1,3 et 7,2.**

b) Déterminer algébriquement les antécédents de 2 par f.

On cherche x tel que $f(x) = 2$

$\Leftrightarrow (x - 3)^2 - 16 = 2$

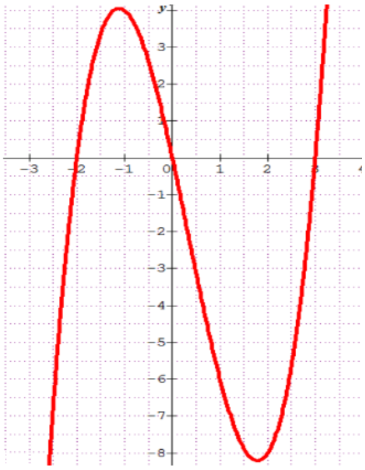
$\Leftrightarrow (x - 3)^2 - 18 =$

$\Leftrightarrow (x - 3 - \sqrt{18})(x - 3 + \sqrt{18}) = 0$

$\Leftrightarrow$ **$x = 3 + 3\sqrt{2}$ ou $x = 3 - 3\sqrt{2}$.**

Exercice 10 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - x^2 - 6x$.
Sa représentation graphique est donnée ci-contre.



1) a) Déterminer graphiquement l'image par f de $\frac{-3}{2}$.

$f(\frac{-3}{2}) \approx 3$

b) Retrouver ce résultat par le calcul.

$f(\frac{-3}{2}) = (\frac{-3}{2})^3 - (\frac{-3}{2})^2 - 6 \times \frac{-3}{2} = \frac{-27}{8} - \frac{9}{4} + 9 = \mathbf{\frac{27}{8}}$

2) a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f.

Les antécédents de 0 sont **-2 , 0 et 3.**

b) Développer $(x-3)(x+2)$. $(x-3)(x+2) = x^2 - x - 6$

En déduire une factorisation de la fonction f.

$f(x) = x(x^2 - x - 6) = \mathbf{x(x-3)(x+2)}$.

c) Déterminer algébriquement les antécédents de 0.

On résout $f(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-3)(x+2) = 0 \Leftrightarrow$ **$x = 0$ ou $x = 3$ ou $x = -2$.**

3) Donner le tableau de variation de la fonction f.

x	$-\infty$		-1,2		1,8		$+\infty$
f(x)		↗	4	↘	-8,2	↗	

4) En utilisant la factorisation trouvée en 2 b), donner le tableau de signes de la fonction f.

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
x		-		-	0	+		+	
x - 3		-		-		-	0	+	
$x + 2$		-	0	+		+		+	
P(x)		-	0	+	0	-	0	+	

5) a) Déterminer graphiquement les antécédents de – 6 par f.

Les antécédents de -6 sont **-2,5 , 1 et 2,5.**

b) Factoriser $x^3 - x^2$ et $-6x + 6$. $x^3 - x^2 = x^2(x-1)$ et $-6x + 6 = -6(x-1)$

c) Déterminer algébriquement les antécédents de -6.

On utilisera les factorisations trouvées en 5 b).

$f(x) = -6 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x = -6 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2(x-1) - 6(x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-6) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-\sqrt{6})(x+\sqrt{6}) = 0$

Les antécédents de -6 sont **1 ; $\sqrt{6}$ et - $\sqrt{6}$.**

Exercice 11 :

1- $(5x - 1)(x - 9) - (x - 9)(2x - 1) = 0$

$(x - 9)[5x - 1 - (2x - 1)] = 0$

$(x - 9)(3x) = 0$

d'où $x - 9 = 0$ ou $3x = 0$

$x = 9$ $\quad x = 0$

2- $\frac{3x-1}{x-5} = \frac{3x-4}{x}$

$(3x - 1)x = (3x - 4)(x - 5)$

$3x^2 - x = 3x^2 - 19x + 20$

$18x = 20$

d'où $x = \frac{10}{9}$

3- $\frac{16x^2-25}{2x-3} = \frac{4x-5}{3}$

$3(16x^2 - 25) = (4x - 5)(2x - 3)$

$3(4x + 5)(4x - 5) = (4x - 5)(2x - 3)$

$(4x - 5)[12x + 15 - (2x - 3)] = 0$

$(4x - 5)(10x + 18) = 0$

d'où $4x - 5 = 0$ ou $10x + 18 = 0$

$x = \frac{5}{4}$ $\quad x = \frac{9}{5}$

4- $2(x - 1)(x - 3,5) = 4x^2 - 28x + 49$

$2(x - 1)(x - 3,5) = (2x - 7)^2$

$2(x - 1)(x - 3,5) = 4(x - 3,5)^2$

$(x - 3,5)[2x - 2 - 4(x - 3,5)] = 0$

$(x - 3,5)(-2x + 10) = 0$

d'où $x - 3,5 = 0$ ou $-2x + 10 = 0$

$x = 3,5$ $\quad x = 5$

5- $\frac{x^2-3x}{(x-3)^2} = 4$

$x^2 - 3x = 4(x - 3)^2$

$x(x - 3) = 4(x - 3)^2$

$(x - 3)[x - 4(x - 3)] = 0$

$(x - 3)(-3x + 12) = 0$

d'où $x - 3 = 0$ ou $-3x + 12 = 0$

$x = 3$ $\quad x = 4$

Exercice 12 : 1-

x	$-\infty$		3,5		4		$+\infty$
$-3x+12$		+		+	0	-	
$7-2x$		+	0	-		-	
P(x)		+	0	-	0	+	

2- $P(x) \geq 0$: $S =]-\infty\,;\,3{,}5] \cup [4\,;\,+\infty[$
$P(x) < 0$: $S =]3{,}5\,;\,4[$

Exercice 13 : 1- $(3x+2)^2 - (3x+2)(5x+1) \leq 0$
$(3x+2)(-2x+1) \leq 0$

x	$-\infty$		$-2/3$		$1/2$		$+\infty$
$3x+2$		-	0	+		+	
$-2x+1$		+		+	0	-	
P(x)		-	0	+	0	-	

$S =]-\infty\,;\,-2/3] \cup [1/2\,;\,+\infty[$

2- $(2-x)^2 > 36$
$(2-x)^2 - 36 > 0$
$(2-x+6)(2-x-6) > 0$
$(-x+8)(-x-4) > 0$

x	$-\infty$		-4		8		$+\infty$
$-x+8$		+		+	0	-	
$-x-4$		+	0	-		-	
P(x)		+	0	-	0	+	

$S =]-\infty\,;\,-4[\cup]8\,;\,+\infty[$

Exercice 14 :

1-

x	$-\infty$		-4		1,5		$+\infty$
$(-2x+3)/(x+4)$		-	||	+	0	-	

2- $Q(x) \geq 0$ pour $x \in]-4\,;\,1{,}5]$
$Q(x) \leq 0$ pour $x \in]-\infty;-4[\cup [1{,}5;+\infty[$

Exercice 15 :

1- $S=[-17/5\,;\,-3[$
2- $S=]0{,}5;\,47/13] \cup]5;+\infty[$

Exercice 16 :

VRAI/FAUX : Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant les réponses.

Soit Δ la droite d'équation $y = 5x + 3$.

1). Le point C(-2 ; 7) appartient à la droite Δ si et seulement si les coordonnées de C vérifient l'équation de la droite . Or, $5\times(-2) + 3 = -7 \neq 7$. Donc $C \notin \Delta$. L'affirmation est donc fausse.

2). La droite Δ' a pour coefficient directeur de Δ' est égal à 3, celui de Δ est égale à 5. Or $3 \neq 5$, donc l'affirmation est fausse.

3). $5\times(-2,5) + 3 = -9,5$. Donc $D \in \Delta$. De plus, $3\times(-2,5) - 2 = -9,5$. Donc $D \in \Delta'$. L'affirmation est donc vraie.

4). Le coefficient directeur de d est positif, car la droite « monte ». L'affirmation est donc fausse.

5). La droite d' est horizontale et passe par le point de coordonnées (0 ; 2). L'affirmation est donc vraie.

6). La droite d passe par les points de coordonnées (0 ; -3) et (1 ; -1). L'affirmation est donc vraie.

7). La droite d' est horizontale donc son coefficient directeur est égal à 0. L'affirmation est donc fausse.

8). La droite d' ne passe pas par l'origine du repère donc l'affirmation est fausse.

9). « On avance de 1 horizontalement et descend de 2 ». L'affirmation est donc vraie.

10). Le coefficient directeur de d'' est égal à -2 d'après le schéma. Donc l'affirmation est fausse.

Exercice 17 :

Soit x l'âge de la fille du professeur et y l'âge du professeur.

D'après l'énoncé : $y = 2x$.   Dans 12 ans : $y + 12 = 3(x + 12)$.

On résout le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} y = 9x \\ y + 12 = 3(x + 12) \end{cases} \text{ ssi } \begin{cases} y = 9x \\ 9x + 12 = 3x + 36 \end{cases} \text{ ssi } \begin{cases} y = 9x \\ 6x = 24 \end{cases} \text{ ssi } \begin{cases} y = 9 \times 4 = 36 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ainsi le professeur a 36 ans et sa fille 4 ans.

Ex 18 :

1. Les équipes médianes sont Bourgoin et Colomiers (8ᵉ et 9ᵉ équipe).
2. On considère la liste statistique ordonnée des points marqués :
   - Q_1 = 53 (4ᵉ valeur)
   - Q_2 = 66,5
   - Q_3 = 88 (12ᵉ valeur)
3. Soit x le score de Lyon en 2013. On a 117 = 1,80x d'où ***x* = 65 points**
4. Soit x' le score d'Aurillac en 2013. On a 59 = 0,7867x' d'où ***x'* = 75 points**
5. Aurillac était cinquième

Ex 19 :

Remarquons qu'il y a 30 matches au total

1. Moyenne **m = 1,63**
2.

nombre d'essais	0	1	2	3	4	5
effectif :	6	8	10	4	1	1
fréquence (%) :	20	27	33	13	3	3
Effectifs cumulés croissants :	6	14	24	28	29	30

3. **m_e = 2** ; Aurillac a inscrit deux essais ou moins la moitié de la saison. Aurillac a inscrit au moins deux essais la moitié de la saison.
4. **Q_1 = 1** (8ᵉ valeur) et **Q_3 = 2** (23ᵉ valeur)
5. En B3 : **=B2*100/30**
   En C4 : **=B4+C2**

Exercice 20 :

1. L'effectif total de la série est 39.
2. Le 1er quartile est 87,5 kg. Le 2ème quartile ou médiane est 102,5 kg. Le 3ème quartile est 115 kg.
3.

Masse (kg)	Effectif
[70 ; 80[	3
[80 ; 90[	9
[90 ; 100[	6
[100 ; 110[	8
[110 ; 120[	8
[120 ; 130[	3
[130 ; 140[	2

4. Le poids moyen de l'effectif du Stade Aurillacois est de environ 101, 67 kg.

Exercice 21

QCM

1. 1/3
2. 1/6
3. N'obtenir aucun roi
4. 0,3
5. 0,5
6. 0,25
7. Environ 0,004 (1 / 2^8)

Exercice 22

1. Chloé : 120 ; Laura : 5 ; Thibault : 0 et Thomas : 1 1 2 6 24
2. 5 ! = 120, Chloé a raison
3. Reprendre l'algorithme de Thibault et remplacer 5 par 1000 et « P x i » par « P + i »

Exercice 23

Questionnaire à Choix Multiple.

1). Réponses b), d). **2).** Réponses a), d). **3).** Réponse b). **4).** Réponse d). **5).** Réponse a).

6). Réponse c). **7).** Réponse d). **8).** Réponses a), b). **9).** Réponses a), c). **10).** Réponses a), c).

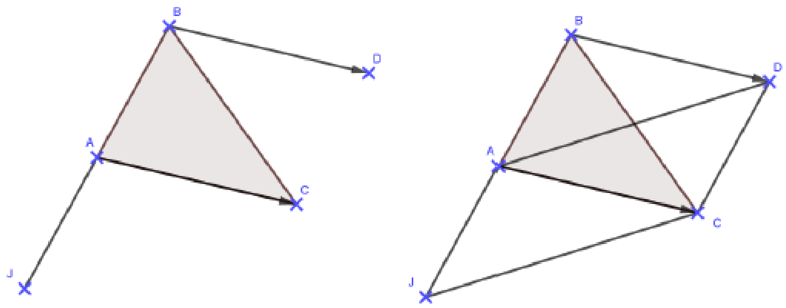
Exercice 24 :

1.

2. $\overrightarrow{AB} = \frac{5}{7}\overrightarrow{AC}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{BC} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{BA}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{CA} = -\frac{7}{2}\overrightarrow{BC}$.

Exercice 25:

1).



2). a). On sait que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$, donc BDCA est un parallélogramme. On en déduit que que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DC}$.

De plus, A est le milieu de [BJ]. Donc que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AJ}$. Par conséquent : <u>$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AJ}$.</u>

b). Comme $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AJ}$, on peut affirmer que <u>DCJA est un parallélogramme.</u>

Exercice 26: Dans un repère, on donne les points A(-1 ; 3), B(7 ; -1), C(5 ; 0), D(4 ; 2) et E(0 ; 4).

1). $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+1 \\ -1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5+1 \\ 0-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$.

On remarque que -3×8 = -4×6 (= -24), donc les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont proportionnelles. Ainsi $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et <u>les points A, B et C sont alignés.</u>

2). $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 8 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix} x_E - x_D \\ y_E - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0-4 \\ 4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

On remarque que -4×(-4) = 8×2 (= 16), donc les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont proportionnelles. Ainsi $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont colinéaires et <u>les droites (AB) et (DE) sont parallèles.</u>